

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ТЕХНОЛОГІЙ ТА ДИЗАЙНУ**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НА ЕОМ**

**Методичні вказівки до курсової роботи**

для студентів денної форми навчання  
освітнього ступеня «Бакалавр»  
напряму підготовки  
6.050202 «Автоматизація і комп'ютерно-інтегровані технології»

КИЇВ КНУТД 2016

**Математичне моделювання на ЕОМ** : методичні вказівки до курсової роботи для студентів денної форми навчання освітнього ступеня «Бакалавр» напрямку підготовки 6.050202 «Автоматизація і комп'ютерно-інтегровані технології». / упор.: В. Б. Дроменко. – К. : КНУТД, 2016. – 21 с.

**Упорядник:** В. Б. Дроменко, к.т.н., доцент

**Відповідальний за випуск** зав. кафедрою комп'ютерно-інтегрованих технологій та виміральної техніки В. Г. Здоренко, доктор тех. наук, проф.

Затверджено на засіданні кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та виміральної техніки  
Протокол № 6 від 11.01.2016 р.

## Розділ 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Метою виконання курсової роботи з дисципліни «Математичне моделювання на ЕОМ» є розширення та закріплення теоретичних та практичних знань з питань побудови математичних моделей технологічних об'єктів систем автоматичного керування.

Курсова робота спрямована на розвиток практичних навичок самостійного вирішення питань, пов'язаних з математичним описом різноманітних технологічних процесів, машин і апаратів, створення комп'ютерних програм мовою програмування високого рівня, яке передбачає проведення комп'ютерного дослідження з метою поліпшення процесів керування технологічними процесами.

В результаті попереднього вивчення дисципліни для виконання курсової роботи студент повинен знати:

- основні поняття та термінологію, форми подання моделей, вимоги до математичних моделей, визначення основних параметрів математичних моделей;
- методи адаптації прикладної математики до розрахунків параметрів математичних моделей;
- можливості програмного середовища MathCad.

В результаті виконання курсової роботи студент повинен вміти:

- будувати математичні моделі;
- визначати параметри моделі;
- розробити алгоритм пошуку розв'язку;
- розробити комп'ютерну програму з використанням сучасних програмних продуктів для отримання результатів моделювання в аналітичному та графічному вигляді.

Індивідуальні завдання оформлюються у вигляді курсової роботи, яка складається з кількох частин:

- 1) теоретичні відомості з поставленої задачі;
- 2) алгоритм методу розв'язку поставленої задачі;
- 3) блок-схема програми реалізації методу;
- 4) комп'ютерна програма реалізації алгоритму розв'язку задачі однією з мов програмування на вибір: C++, TurboPascal, Delphi, VisualBasic;
- 5) опис програми реалізації алгоритму;
- 6) приклади розрахунків за розробленою програмою та перевірка їх в середовищі MathCad;
- 7) перелік літературних джерел.

Процедура підготовки та рішення задачі на ЕОМ досить складний і трудомісткий процес, що складається з наступних етапів:

1. Постановка завдання (завдання, яке належить вирішувати на ЕОМ формулюється користувачем або отримується ним у вигляді завдання).
2. Математичне формулювання задачі.
3. Розробка алгоритму рішення задачі.

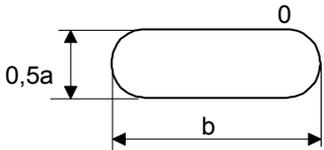
4. Написання програми мовою програмування.
5. Підготовка вихідних даних.
6. Введення програми і вихідних даних в ЕОМ.
7. Налаштування програми.
8. Тестування програми.
9. Розв'язок задачі на ЕОМ та обробка результатів.

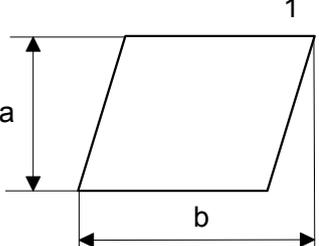
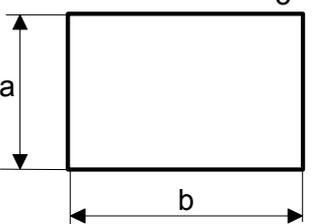
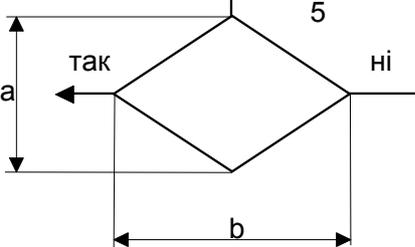
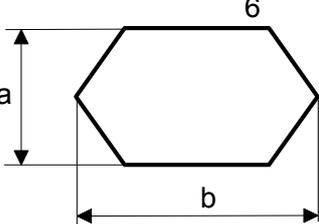
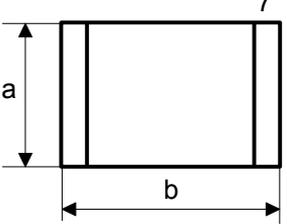
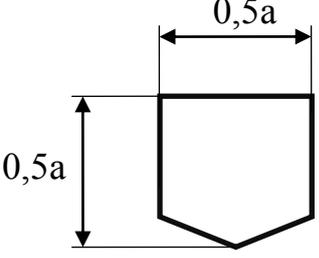
У курсовій роботі умову задачі може бути задано в математичному формулюванні, тому необхідність у виконанні етапів 1 та 2 відпадає і відразу можна приступати до розробки алгоритму розв'язання задачі на ЕОМ.

Під алгоритмом розуміється послідовність арифметичних і логічних дій над числовими значеннями змінних, що призводять до обчислення результату розв'язку задачі при зміні вихідних даних у досить широких межах. Таким чином, при розробці алгоритму розв'язання задачі математичне формулювання перетворюється на процедуру розв'язку, що представляє собою послідовність арифметичних дій та логічних зв'язків між ними. При цьому алгоритм має такі властивості:

- 1) Скінченність. Виконання кожного алгоритму повинно завершуватись за скінченне число кроків.
- 2) Результативність. Виконання алгоритму повинно приводити завжди до певного результату ( іноді негативного) для кожних початкових даних.
- 3) Формальність. Виконавець відповідно до алгоритму одержить результат, не вникаючи в його суть.
- 4) Визначеність. Кожен алгоритм слід описати так, щоб при його розшифруванні у виконавця не виникало двозначних тлумачень. Тобто різні виконавці згідно з алгоритмом повинні діяти однаково та прийти до одного й того ж результату.
- 5) Масовість. Алгоритм повинен бути правилом розв'язування цілого класу задач.
- 6) Зрозумілість. В алгоритмі повинні зустрічатися лише загальноприйняті операції.

Найбільш наочним способом опису алгоритму є опис його у вигляді блок-схем. При записі блок-схеми окремі дії зображуються геометричними фігурами, що мають стандартне призначення та позначення, та зв'язків між ними. Окремо виконувані дії називають *операторами* й позначають у вигляді блоків. У середині блоків вказується інформація, що характеризує виконувані ними функції. Блоки схеми мають наскрізну нумерацію (починається завжди з 0). Розглянемо позначення для найбільш використовуваних блоків:

Блоки	Назва та призначення
	<p>Початок або кінець процесу обробки</p>

Блоки	Назва та призначення
	Блок введення – виведення
	Арифметичний блок використовується при обчисленні виразів
	Логічний блок використовується для перевірки умов
	Блок модифікації використовується для зміни значень змінних в залежності від попередніх значень, причому нове значення змінної буде використовуватись при подальших обчисленнях
	Звертання до підпрограми
	З'єднувач,покажчик зв'язку
	Міжсторінковий з'єднувач

Записи всередині блока виконуються креслярським шрифтом. Розмір **a** може дорівнювати 10, 15, 20, ... мм; розмір **b** = 1,5a. Блоки в блок-схемі з'єднані лініями потоків, які йдуть згори вниз та зліва направо і стрілками не позначаються. Лінії, що зображають напрям знизу вгору та справа вліво, слід позначати стрілками:



Зміну напрямку ліній потоку зображають так:



У кожен блок може входити не менше однієї лінії, з кожного блоку може виходити тільки одна лінія. З логічного блоку завжди виходять дві лінії потоку: одна у випадку виконання умови, друга – при її невиконанні.

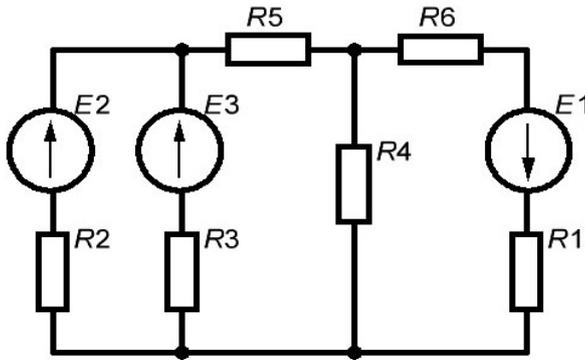
## Розділ 2. ПРИКЛАДИ ТЕМ ТА ЗАВДАНЬ

до індивідуальних завдань з дисципліни «Математичне моделювання на ЕОМ»

№	Тема, завдання
1.	<p>Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь. Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі <math>E_1, E_2, E_3</math> та опори <math>R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7</math>. Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.</p>

2.	<p>Зміна рівня <math>h_1</math> та <math>h_2</math> в двох послідовно сполучених проточних ємностях в часі визначається рівняннями:</p> $\frac{dh_1}{d\tau} = -\frac{K_1\sqrt{\rho gh_1}}{S_1};$ $\frac{dh_2}{d\tau} = -\frac{K_2\sqrt{\rho gh_2}}{S_2};$ $\frac{dh_3}{d\tau} = \frac{K_1\sqrt{\rho gh_1} + K_2\sqrt{\rho gh_2} - K_3\sqrt{\rho gh_3}}{S_3}.$ <p>Розрахувати профіль зміни рівнів в діапазоні <math>\tau</math> від 0 до 100, якщо перерізи апаратів  <math>S_1 = S_2 = 100 \text{ м}^2</math>; <math>S_3 = 80 \text{ м}^2</math>; <math>K_1 = K_2 = K_3 = 0,01</math>; <math>\rho = 1000 \text{ кг/м}^3</math>,  початкові рівні  <math>h_1(0) = 10 \text{ м}</math>, <math>h_2(0) = 5 \text{ м}</math>, <math>h_3(0) = 2 \text{ м}</math>.  <math>\tau_0 = 0</math>; <math>\tau_k = 100</math>;</p> <p>Результати вивести у вигляді таблиці та графіку.</p>
3.	<p>Скласти диференційне рівняння та обчислити гальмівний шлях потягу при гальмуванні на спуску, якщо відомі значення перерахованих постійних (<math>m</math> – маса потягу; <math>\alpha</math> – крутизна спуску в радіанах; <math>g = 9,81 \text{ м/с}^2</math>) і початкова швидкість <math>V_0</math>. Побудувати залежність шляху та швидкості потягу як функції часу.</p>
4.	<p>Чисельне інтегрування довільної функції методом Сімпсона. Рішення вивести в чисельному й графічному видах.</p>
5.	<p>Застосування методу дотичних для уточнення значення кореня полінома <math>A(p)</math>. Результат представити аналітично й графічно.</p>
6.	<p>Розрахунок коефіцієнтів полінома <math>y = a_mx^m + a_{m-1}x^{m-1} + \dots + a_1x + a_0</math>, графік якого проходить через <math>n</math>-вузлів апроксимації. Передбачити зміну степені полінома від 1 до 3.</p>
7.	<p>Оптимальний план добового випуску будівельних виробів. Процес виготовлення будівельних виробів двох видів полягає в послідовній обробці кожного з них в трьох цехах.  Нехай <math>a_{i,j}</math> – час обробки кожного виробу виду <math>j</math> в цеху <math>i</math>, год/діб; <math>i = 1, 2, 3</math>; <math>j = 1, 2</math>; <math>b_i</math> – час роботи цеху <math>i</math>, год/діб; <math>c_j</math> – прибуток від реалізації одного виробу виду <math>j</math>, у.о.; <math>x_j</math> – кількість виробів виду <math>j</math>, шт.  Скласти план добового випуску виробів так, щоб прибуток від їх виробництва був максимальним. Результат представити аналітично й графічно.</p>
8.	<p>Рішення диференціальних рівнянь. Матеріальна точка масою <math>m</math> рухається уздовж осі <math>y</math> та на неї в кожен момент діє сила, пропорційна відхиленню точки від початку координат і спрямована на початок координат. (Наприклад, при переміщенні маси робиться стискування пружини). Знайти закон руху точки.</p>

9. Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь.  
Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі  $E_1, E_2, E_3$  та опори  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ . Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.



10. Зміна рівня  $h_1$  та  $h_2$  в двох послідовно сполучених проточних ємностях в часі визначається рівняннями:

$$\frac{dh_1}{d\tau} = -\frac{K_1 \sqrt{P_1 + \rho g h_1 - P_0}}{S_1}$$

$$\frac{dh_2}{d\tau} = -\frac{K_2 \sqrt{P_1 + \rho g h_2 - P_0}}{S_2};$$

$$\frac{dh_3}{d\tau} = \frac{K_1 \sqrt{P_1 + \rho g h_1 - P_0} + K_2 \sqrt{P_1 + \rho g h_2 - P_0} - K_3 \sqrt{P_0 + \rho g h_3 - P_2}}{S_3}.$$

Розрахувати профіль зміни рівнів в діапазоні  $\tau$  від 0 до 100, якщо перерізи апаратів

$$S_1 = S_2 = 100 \text{ м}^2; S_3 = 80 \text{ м}^2; K_1 = K_2 = K_3 = 0,01; \rho = 1000 \text{ кг/м}^3,$$

початкові рівні  $h_1(0) = 10 \text{ м}$ ,  $h_2(0) = 5 \text{ м}$ ,  $h_3(0) = 2 \text{ м}$ .  $\tau_0 = 0$ ;

$$\tau_x = 100; P_0 = 101300; P_1 = 300000 \text{ Па}; P_2 = 70000 \text{ Па}.$$

Результати вивести у вигляді таблиці та графіку.

11. Чисельне інтегрування методом трапецій довільної функції. Рішення вивести в чисельному й графічному видах.

12. Знайти залежність сили струму  $i$  від часу  $t$  в контурі, що має електрорушійну силу  $\Phi$ , опір  $R$  й індуктивність  $L$ , де  $\Phi, R, L$  – задані, з огляду, що відповідно до закону Ома  $L \frac{di}{dt} + R \cdot i = \Phi$ , при  $t=0$   $i(0) = 0$ .

Наближене рішення диференціального рівняння знайти модифікованим методом Ейлера. Результат представити аналітично й графічно.

13. Функція  $y = f(x)$  задана  $n$ -вузлами інтерполяції. Необхідно визначити її значення в довільній точці на інтервалі зміни незалежної змінної  $x$ .

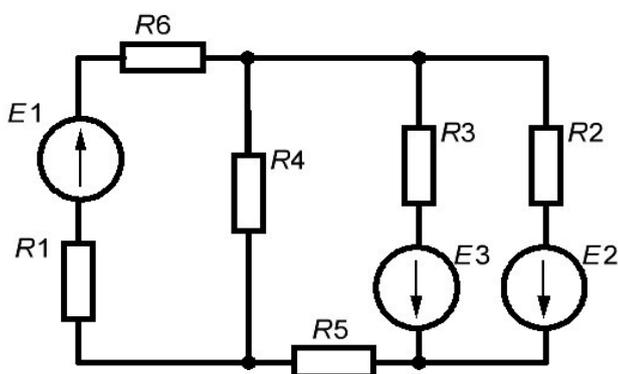
14. Задача про оптимальний склад сплаву трьох компонентів.  
Для виготовлення сплаву з міді, олова та цинку в якості сировини використовують два сплави тих же металів, що відрізняються складом та вартістю. Дані про ці сплави приведені в таблиці

Компоненти сплаву	Зміст компонентів, %	
	сплав № 1	сплав № 2
Мідь	10	10
Олово	10	30
Цинк	80	60
Вартість 1 кг, у.о.	5	4

Отриманий сплав повинен містити не більше 2 кг міді, не менше 3 кг олова, а вміст цинку може складати від 7,2 до 12,8 кг. Визначити кількості  $x_j$ ,  $j = 1, 2$  сплавів кожного виду, що забезпечують отримання нового сплаву з мінімальними витратами на сировину. Результат представити аналітично й графічно.

15. Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь.

Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі  $E_1, E_2, E_3$  та опори  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ . Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.

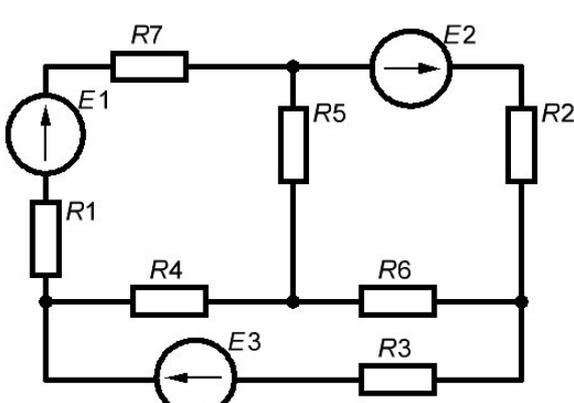


16. Заданий закон руху тіла як функція координати (положення) від часу. Значення  $Xm, w, f$  підібрати самостійно, як початкові дані. Знайти рівняння швидкості та прискорення руху тіла як функції від часу. Визначити положення, швидкість та прискорення у момент часу  $t = 2$  с. Побудувати графіки  $x(t), v(t), a(t)$ .

$$x(t) = Xm \cdot \sin(w \cdot t + f), \text{ см}$$

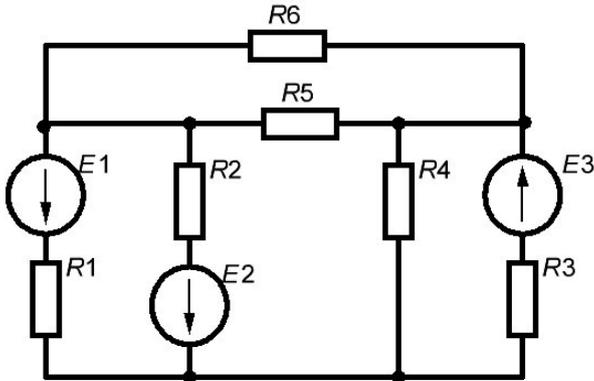
17. Побудувати модель зміни переміщення тіла в часі, що рухається з лінійно зменшуваним прискоренням  $a = b - c \cdot t$ , де  $b, c$  – коефіцієнти,  $v_0$  – початкова швидкість. Результат представити аналітично й графічно.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} (v_0 + a \cdot t) dt$$

18.	<p>Зміна рівня <math>h_1</math> та <math>h_2</math> в двох послідовно сполучених проточних ємностях в часі визначається рівняннями:</p> $\frac{dh_1}{d\tau} = -\frac{K_1\sqrt{\rho gh_1} + K_0\sqrt{P_1 - P_0}}{S_1};$ $\frac{dh_2}{d\tau} = -\frac{K_2\sqrt{\rho gh_2}}{S_2};$ $\frac{dh_3}{d\tau} = \frac{K_1\sqrt{\rho gh_1} + K_2\sqrt{\rho gh_2} - K_3\sqrt{\rho gh_3}}{S_3}.$ <p>Розрахувати профіль зміни рівнів в діапазоні <math>\tau</math> від 0 до 50, якщо перерізи апаратів  <math>S_1 = S_2 = 100 \text{ м}^2; S_3 = 80 \text{ м}^2; K_1 = K_2 = K_3 = 0,01; K_0 = 0,02; \rho = 1000 \text{ кг/м}^3,</math>  початкові рівні <math>h_1(0) = 10 \text{ м}, h_2(0) = 5 \text{ м}, h_3(0) = 2 \text{ м}.</math>  <math>\tau_0 = 0; \tau_k = 50; P_1 = 200000 \text{ Па}; P_0 = 101300 \text{ Па}.</math></p> <p>Результати вивести у вигляді таблиці та графіку.</p>
19.	Пошук екстремуму функції кількох змінних за допомогою градієнтного методу.
20.	<p>Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь.</p> <p>Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі <math>E_1, E_2, E_3</math> та опори <math>R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7</math>. Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.</p> 
21.	<p>Заданий закон зміни прискорення руху тіла як функція від часу. Знайти рівняння швидкості руху та положення тіла як функції від часу. Початкові умови: <math>v(0) = 2 \text{ м/с}; s(0) = 0 \text{ м}.</math> Визначити положення, швидкість та прискорення на відрізку часу <math>t = [0; 5]</math> з кроком 1 с. Побудувати графіки <math>s(t), v(t), a(t)</math>. Вирішити задачу для <math>k &gt; 0</math> та <math>k &lt; 0</math>, порівняти результати.</p> $a(t) = k \cdot t \text{ (м/с}^2\text{)}.$
22.	Проведення обробки експериментальних даних із визначенням функціональної залежності введених даних. Оцінити правильність підбору функціональної залежності.

23.	<p>Гідродинамічну структуру потоків речовини в безперервно діючих апаратах хімічної технології описують різними спрощеними моделями. Якщо приймають осередкову модель структури потоків, то апарат умовно розбивається на <math>n</math> осередків та диференціальні рівняння, що описують зміну концентрації речовини в кожному осередку складають математичну модель.</p> <p>Нехай число осередків <math>n = 3</math>, тоді за відсутності у вхідному потоці речовини, що цікавить дослідника, система рівнянь має вигляд:</p> $\frac{dC_1}{d\tau} = -\frac{4}{\tau_{np}} C_1;$ $\frac{dC_2}{d\tau} = \frac{4}{\tau_{np}} (C_1 - C_2);$ $\frac{dC_3}{d\tau} = \frac{4}{\tau_{np}} (C_2 - C_3),$ $\frac{dC_4}{d\tau} = \frac{4}{\tau_{np}} (C_3 - C_4),$ <p>де <math>\tau_{np}</math> – час перебування речовини в апараті, с; <math>\tau_{np} = V_{ap} / U</math>; <math>V_{ap}</math> – об'єм апарату, м<sup>3</sup>; <math>U</math> – об'ємна витрата речовини, м<sup>3</sup>/с.</p> <p>Розрахувати систему рівнянь на інтервалі <math>[0, \tau_k]</math>. Результат представити у вигляді графіків і таблиць.</p> <p>Початкові дані для контрольного розрахунку <math>V_{ap} = 2</math> м<sup>3</sup>; <math>U = 0,25</math> м<sup>3</sup>/с; <math>\Delta\tau = 0,5</math> с; концентрації речовини у осередках в початковий момент часу <math>C_1^0 = 10</math> моль/м<sup>3</sup>; <math>C_2^0 = 0</math>; <math>C_3^0 = 0</math>; <math>C_4^0 = 0</math>.</p>
24.	<p>Моделювання динамічних характеристик об'єктів або процесів. Рішення диференціального рівняння виду <math>a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = kx</math> при заданих початкових умовах з постійним кроком методом Ейлера (<math>n = 3</math>). Результат представити аналітично й графічно.</p>
25.	<p>Провести моделювання незатухаючих коливань (переміщення відносно положення рівноваги) пружного маятника задаючи різні значення для постійних рівняння:</p> $\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot r = 0 \quad (m - \text{маса тіла}; k - \text{жорсткість пружини})$ <p>Представити числовий та графічний розв'язок задачі.</p>
26.	<p>Дослідити модель, якщо нагріте до температури <math>T_0</math> тіло помістили в середовище, температура якого постійна й рівняється <math>T_1</math> (<math>T_0 &gt; T_1</math>). Відповідно до закону Ньютона, швидкість охолодження тіла пропорційна різниці між температурою тіла та температурою навколишнього середовища.</p> <p>Знайти залежність температури тіла від часу за умови</p> $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_1), \quad k > 0; T(0) = T_0$ <p>Наближене рішення диференціального рівняння знайти методом Ейлера. Рішення вивести в чисельному й графічному видах.</p>

27. Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь.  
Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі  $E_1, E_2, E_3$  та опори  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ . Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.



28. Гідродинамічну структуру потоків речовини в безперервно діючих апаратах хімічної технології описують різними спрощеними моделями. Якщо приймають осередкову модель структури потоків, то апарат умовно розбивається на  $n$  осередків та диференціальні рівняння, що описують зміну концентрації речовини в кожному осередку складають математичну модель. Нехай число осередків  $n = 3$ , тоді при постійній концентрації речовини у вхідному потоці  $C_0$  система рівнянь має вигляд:

$$\frac{dC_1}{d\tau} = \frac{4}{\tau_{np}}(C_0 - C_1);$$

$$\frac{dC_2}{d\tau} = \frac{4}{\tau_{np}}(C_1 - C_2);$$

$$\frac{dC_3}{d\tau} = \frac{4}{\tau_{np}}(C_2 - C_3),$$

$$\frac{dC_4}{d\tau} = \frac{4}{\tau_{np}}(C_3 - C_4),$$

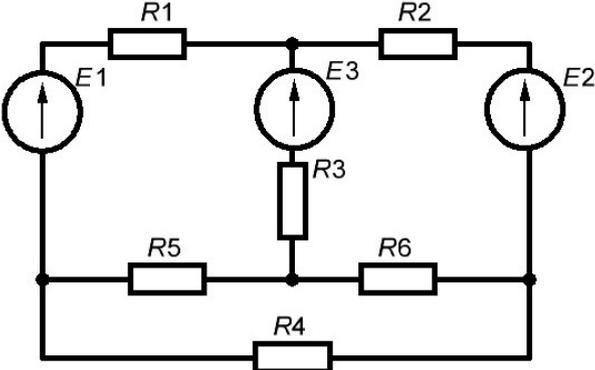
де  $\tau_{np}$  – час перебування речовини в апараті, с;  $\tau_{np} = V_{ap} / U$ ;  $V_{ap}$  – об'єм апарату, м<sup>3</sup>;  $U$  – об'ємна витрата речовини, м<sup>3</sup>/с.

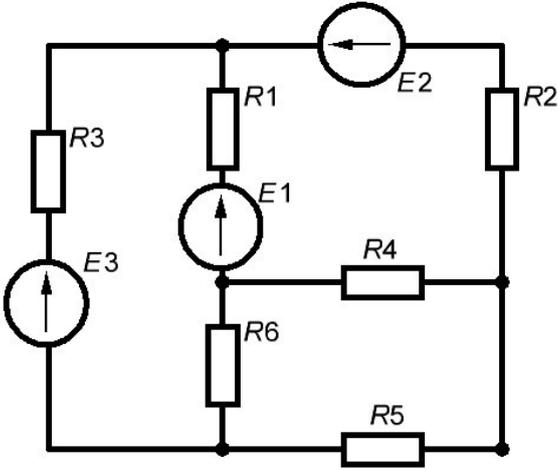
Розрахувати систему рівнянь на інтервалі  $[0, \tau_k]$ . Результат представити у вигляді графіків і таблиць.

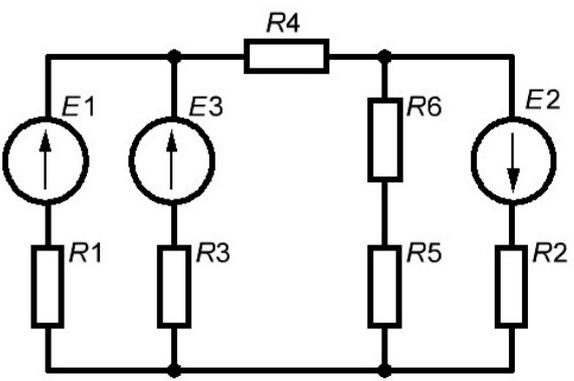
Початкові дані для контрольного розрахунку  $V_{ap} = 2$  м<sup>3</sup>;  $U = 0,25$  м<sup>3</sup>/с;  $C_0 = 5$ ;  $\Delta\tau = 0,5$  с; концентрації речовини у осередках в початковий момент часу дорівнюють нулю.

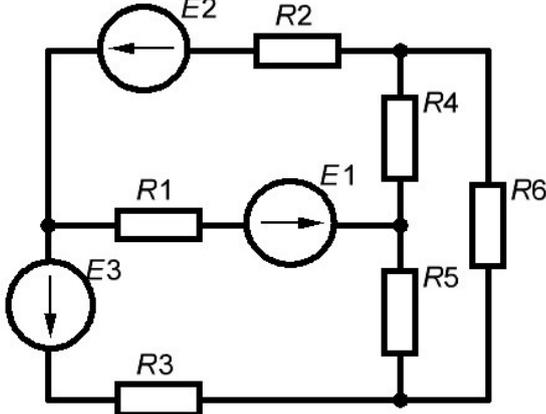
29. Знайти рівняння залежності роботи електричного струму на ділянці кола від часу  $W(t)$ , якщо відомий закон зміни струму в часі  $i(t)$  та опір ділянки кола  $R$ . Знайти значення струму та роботи у момент часу  $t = 1$  с. Побудувати графіки  $i(t)$ ,  $W(t)$ . Завдання вирішити для  $k < 0$  та  $k > 0$ .

$$i(t) = e^{kt} \text{ (A)}.$$

30.	Моделювання динамічних характеристик об'єктів або процесів . Рішення диференціального рівняння першого порядку $y' = f(y,t)$ при заданих початкових умовах методом Рунге-Кутта. Розв'язок представити в чисельному і графічному видах.
31.	Пошук екстремуму функції методом «золотого перерізу» для довільно взятої функції. Результат представити аналітично й графічно.
32.	<p>Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь.</p> <p>Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі <math>E_1, E_2, E_3</math> та опори <math>R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6</math>. Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.</p> 
33.	<p>Дослідити кінетику хімічної реакції, яка описується рівнянням, математична модель реакції представлена у вигляді:</p> $\frac{dC_A(t)}{dt} = -k_1 C_A(t);$ $\frac{dC_B(t)}{dt} = k_1 C_A(t) - k_2 C_B(t);$ $\frac{dC_C(t)}{dt} = k_2 C_B(t),$ <p>де <math>C_A(t), C_B(t), C_C(t)</math> – концентрації компонентів в момент <math>t</math>, а <math>k_1, k_2, k_3</math>, – константи швидкості реакції. За отриманими даними побудувати графіки зміни концентрації для кожного компонента.</p>
34.	<p>Заданий закон руху тіла як функція координати (положення) від часу. Значення <math>S_0, V_0, a</math> підібрати самостійно, як початкові дані. Знайти рівняння швидкості та прискорення руху тіла як функції від часу. Визначити положення, швидкість та прискорення у момент часу <math>t = 1.2</math> с. Побудувати графіки <math>s(t), v(t), a(t)</math>.</p> $s(t) = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} ; \text{ м}$
35.	Отримати числові значення точного та наближеного рішення диференційного рівняння коливань математичного маятника та порівняти отримані результати. Розглянути випадки малих і великих амплітуд коливань, ілюструючи графіками для декількох періодів.

36.	<p>Побудувати модель зміни переміщення тіла в часі, що <math>S = \int_{t_1}^{t_2} (v_0 + a \cdot t) dt</math> рухається з лінійно зменшуваним прискоренням <math>a = b + c \cdot t</math>, де <math>b, c</math> – коефіцієнти, <math>v_0</math> – початкова швидкість. Результат представити аналітично й графічно.</p>
37.	<p>Визначити кут нахилу <math>\alpha</math> стовбура гармати, при якому дальність польоту снаряда (у порожнечі) <math>R = V_0^2 \sin 2\alpha / g</math> буде найбільшою при даній початковій швидкості <math>V_0</math>, прискоренні вільного падіння <math>g</math>. Пошук екстремуму функції <math>R(\alpha)</math> провести одним із чисельних методів.</p>
38.	<p>Використовуючи методики вибору оптимального рішення дослідити залежність об'єму і куту <math>V = V(\alpha)</math> та визначити значення куту, при якому буде досягнуто максимальний об'єм, якщо необхідно круглий лист радіуса <math>R</math> розрізати на два сектори, отримані сектори згорнути в конуси, а шви зварити. Необхідно, щоб кути розкрою забезпечили максимальний сумарний об'єм конусів. Результат представити аналітично й графічно.</p>
39.	<p>Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь. Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі <math>E_1, E_2, E_3</math> та опори <math>R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6</math>. Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.</p> 
40.	<p>Заданий закон зміни прискорення руху тіла як функція від часу. Знайти рівняння швидкості руху і положення тіла як функції від часу. Початкові умови: <math>v(0) = 2</math> м/с; <math>s(0) = 0</math> м. Визначити положення, швидкість та прискорення на відрізку часу <math>t = [0; 5]</math> з кроком 1 с. Побудувати графіки <math>s(t), v(t), a(t)</math>. Вирішити задачу для декількох значень <math>k</math>.</p> $a(t) = k \cdot \cos(t) ; \text{ м/с}^2$
41.	<p>Застосування методів чисельного диференціювання до дослідження функції <math>y = f(x)</math> заданої таблично на відрізку <math>[a, b]</math>.</p>

42.	<p>Зміна рівня <math>h_1</math> та <math>h_2</math> в двох послідовно сполучених проточних ємностях в часі визначається рівняннями:</p> $\frac{dh_1}{d\tau} = -\frac{K_1\sqrt{\rho gh_1}}{S_1};$ $\frac{dh_2}{d\tau} = \frac{K_1\sqrt{\rho gh_1} - K_2\sqrt{P_0 + \rho gh_2 - P_1}}{S_2};$ <p>Розрахувати профіль зміни рівнів в діапазоні <math>\tau</math> від 0 до 100, якщо перерізи апаратів</p> $S_1 = S_2 = 100 \text{ м}^2; K_1 = 0,01; K_2 = 0,02; \rho = 1000 \text{ кг / м}^3,$ <p>початкові рівні <math>h_1 = 5 \text{ м}, h_2 = 7 \text{ м}.</math></p> $\tau_0 = 0; \tau_x = 100;$ $P_0 = 101300; P_1 = 70000 \text{ Па}.$ <p>Результати вивести у вигляді таблиці та графіку.</p>
43.	<p>Чисельне інтегрування довільної функції методом прямокутників (лівих, правих, середніх). Рішення вивести в чисельному й графічному видах.</p>
44.	<p>Функція <math>y = f(x, a, b)</math> задана <math>n</math>-вузлами інтерполяції. Необхідно вибрати емпіричну нелінійну залежність з набору функцій та провести її лінеаризацію для визначення параметрів <math>a</math> та <math>b</math>. Вивести на екран графіки отриманих функцій.</p>
45.	<p>Знайти роботу по переміщенню тіла уздовж осі <math>X</math> під дією сили <math>F(x)</math> з точки <math>x_1 = 0</math> в точку <math>x_2 = 5 \text{ м}.</math></p> $F(x) = 120x^2 - 80x + 50; \text{ (Н)}.$
46.	<p>Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь.</p> <p>Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі <math>E_1, E_2, E_3</math> та опори <math>R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6</math>. Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.</p> 
47.	<p>Рішення диференціального рівняння першого порядку <math>y' = f(y, t)</math> при заданих початкових умовах методом Рунге-Кутта з автоматичним вибором кроку. Результат представити аналітично й графічно.</p>

48.	<p>Гідродинамічну структуру потоків речовини в безперервно діючих апаратах хімічної технології описують різними спрощеними моделями. Якщо приймають осередкову модель структури потоків, то апарат умовно розбивається на <math>n</math> осередків та диференціальні рівняння, що описують зміну концентрації речовини в кожному осередку складають математичну модель апарату:</p> $\frac{dC_i}{d\tau} = \frac{n}{\tau_{np}} (C_{i-1} - C_i), \quad i = 1, 2, \dots, n$ <p>де <math>\tau_{np}</math> – час перебування речовини в апараті, с; <math>\tau_{np} = V_{ap} / U</math>; <math>V_{ap}</math> – об'єм апарату, м<sup>3</sup>; <math>U</math> – об'ємна витрата речовини, м<sup>3</sup>/с.</p> <p>Розрахувати систему рівнянь на інтервалі <math>[0, \tau_k]</math>. Результат представити у вигляді графіків і таблиць.</p> <p>Початкові дані для контрольного розрахунку <math>V_{ap} = 2</math> м<sup>3</sup>; <math>U = 0,25</math> м<sup>3</sup>/с; <math>\tau_k = 10</math> с; <math>\Delta\tau = 0,5</math> с; <math>n = 5</math> концентрації речовини у осередках в початковий момент часу <math>C_1^0 = 10</math> моль/м<sup>3</sup>; <math>C_j^0 = 0</math>; <math>C_0 = 0</math>; <math>j = 2, \dots, 5</math>.</p>
49.	<p>Знайти рівняння залежності миттєвого значення струму в провіднику від часу <math>i(t)</math>, якщо відома функціональна залежність заряду, що протікає через поперечний перетин провідника від часу <math>q(t)</math>. Визначити значення <math>i(t)</math> при <math>t = 3</math> с. Побудувати графіки <math>q(t)</math>, <math>i(t)</math>.</p> $q(t) = 3 \cdot \sin(2 \cdot t) + 2 \cdot \cos(3 \cdot t); \quad (K).$
50.	<p>Провести моделювання затухаючих коливань в електричному колі (зміну величини електричного заряду) :</p> $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0 \quad (R - \text{активний опір контура; } L - \text{індуктивність контура; } C - \text{ємність контура}).$ <p>Представити числовий та графічний розв'язок задачі.</p>
51.	<p>Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь.</p> <p>Для схеми, користуючись законами Кірхгофа, знайти струми у кожній гілці та скласти баланс потужностей, якщо відомі <math>E_1, E_2, E_3</math> та опори <math>R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6</math>. Складену систему рівнянь обчислити чисельним методом.</p> 

52.	Моделювання динамічних характеристик об'єктів або процесів . Рішення диференціального рівняння першого порядку $y' = f(y,t)$ при заданих початкових умовах методом Рунге-Кутта-Мерсона. Розв'язок представити в чисельному і графічному видах.
53.	Застосування методу хорд для уточнення значення кореня полінома $A(p)$ . Результат представити аналітично й графічно.
54.	Проведено вимірювання деякої величини, яка змінюється в часі та/або у просторі. Провести обробку спостережень методами математичної статистики. Побудувати графік нормального розподілу випадкової величини при різних значеннях середньоквадратичного відхилення результатів спостережень і вимірювання.
55.	Скласти диференційне рівняння руху ракети та визначити її початкову горизонтальну швидкість $V_r$ відносно літака, яка необхідна для попадання в нерухомий об'єкт, якщо маса ракети – $m$ ; на ракету діють сила вітру $\vec{F}$ , яка направлена в протилежну сторону руху ракети і сила в'язкого опору повітря $\vec{R} = -\mu\vec{V}$ . Вважати, що літак рухається паралельно землі зі швидкістю $\vec{V}_0$ .
56.	Пошук екстремуму функції за допомогою методу квадратичної інтерполяції . Результат представити аналітично й графічно.
57.	Моделювання об'єктів або процесів за допомогою систем лінійних рівнянь. Розв'язок системи лінійних рівнянь $n$ -го порядку методом Зейделя. Передбачити зміну $n$ від 2 до 4.
58.	Моделювання динамічних характеристик об'єктів або процесів. Рішення диференціального рівняння виду $a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = kx$ при заданих початкових умовах з постійним кроком модифікованим методом Ейлера ( $n=3$ ). Результат представити аналітично й графічно.
59.	Тіло масою $m$ падає вертикально з деякої висоти без початкової швидкості. При падінні на тіло діє опір повітря, пропорційний квадрату швидкості. Знайти закон руху тіла вирішивши диференціальне рівняння одним із чисельних методів[5, стор.456-457].
60.	Задача про оптимальний склад бетонної суміші. Для приготування $b_0$ кг бетонної суміші с заданими властивостями використовуються речовини $A_j, j = 1, 2, 3$ . У $x_j$ кг речовини $A_j$ міститься $a_{ij}x_j$ кг хімічного елементу $B_i, i = 1, 2$ . Вміст елементу $B_i$ в суміші повинно полягати в межах від $b_i'$ до $b_i''$ кг. Вартість 1кг речовини $A_j$ складає $c_j$ у.о. Визначити такий склад для приготування суміші, при якому загальна вартість витрачених речовин була б мінімальною. Результат представити аналітично й графічно.

### **Розділ 3. ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ ДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**

1. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad: учебный курс / Макаров Е. Г. – СПб: Питер, 2005. – 448 с.: ил.
2. Гурский Д. А. Вычисления в MathCAD. – Мн.: Новое знание, 2003. – 814с.
3. Поршнева С. В., Беленкова И. В. Численные методы на базе Mathcad – СПб.: БХВПетербург, 2005. – 464 с.
4. Фельдман Л. П., Петренко А. І., Дмитрієва О. А. Чисельні методи в інформатиці – К : Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.
5. Дубовик В. П., Юрчик Й. І. Вища математика: Навч.пос. – К.: 2001.
6. Кубрак А.І. ,Ярошук Л.Д. Програмування та розрахунок автоматичних систем.– К., Вища школа, 1992.
7. Кончечкова Н.В., Марон И.А., Вычислительная математика в примерах и задачах . – М., Наука, 1972.
8. Турчак Л. И. Основы численных методов.- М., Наука, 1987.
9. Данилина Н. И., Дубровская Н.С. и др .Численные методы. М.: Высш.шк., 1976.
- 10.Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1986.
- 11.Реклейтис Г. И др. Оптимизация в технике. – М.: Мир, 1986.
- 12.Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. – М.: Радио и связь,1980.
- 13.Дьяконов В. П. Справочник по расчетам на микроСВМ. – М.: Наука, 2000.

### **Розділ 4. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**

Пояснювальна записка до індивідуальних завдань (курсової роботи) повинна мати в загальній обкладинці стандартний титульний лист, завдання до курсової роботи, зміст, основні розділи та висновки.

Основні розділи пояснювальної записки оформляють як самостійні документи по ГОСТ 2.105-79, тобто по формі заголовних і послідовних аркушів, кожен з яких повинен мати відповідний штамп (форма 2 та 2а по ГОСТ 2.104-68) з власною нумерацією листів, яку проставляють в графах штампів: 7 «лист» та 8 «листів». За межами рамки в правому верхньому куті кожної сторінки проставляють їх наскрізну нумерацію, яку використовують в змісті.

Зміст курсової роботи повинен складатися з наступних розділів:

- 1) теоретичні відомості з поставленої задачі;
- 2) алгоритм методу розв'язку поставленої задачі;
- 3) блок-схема програми реалізації методу;

- 4) комп'ютерна програма реалізації алгоритму розв'язку задачі однією з мов програмування на вибір: C++, TurboPascal, Delphi, VisualBasic;
- 5) опис програми реалізації алгоритму;
- 6) приклади розрахунків за розробленою програмою та перевірка їх в середовищі MathCad;
- 7) перелік літературних джерел.

Блок-схема алгоритму методу розв'язку поставленої задачі та блок-схема програми реалізації методу оформлюється у відповідності до вимог ГОСТ 2.608-84.

Перелік літературних джерел оформлюється згідно з ДСТУ ГОСТ 7.1:2006 «Система стандартів з інформації, бібліотечної та видавничої справи. Бібліографічний запис. Бібліографічний опис. Загальні вимоги та правила складання».

На захисті курсової роботи студент доповідає про проведену ним роботу (при цьому програмний матеріал служить ілюстрацією його доповіді), відповідає на питання, які йому задаються членами комісії, сформованої і затвердженої завідуючим кафедрою. Оцінка курсової роботи проводиться членами комісії за встановленими загальними критеріями для оцінювання такого виду робіт.

## **Розділ 5. КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НА ЕОМ»**

При виконанні завдань з дисципліни «Математичне моделювання на ЕОМ» студент повинен показати знання з методів побудови математичних моделей, їх дослідження за допомогою програмних засобів на ЕОМ, вирішення оптимізаційних задач, обробки результатів експерименту, розробки та використання сучасних пакетів прикладних програм. Важливим є також вміння студентів на основі здобутих знань застосовувати математичні методи і моделі для вирішення інженерних задач, виконувати розрахунки за допомогою сучасних програмних засобів на ЕОМ.

Результати виконання індивідуальних завдань оцінюються за чотирьохбальною системою.

Індивідуальне завдання (курсова робота) повинна бути виконана державною мовою. Робота повинна бути виконана вчасно.

Індивідуальне завдання (курсова робота) оцінюється на «**відмінно**», якщо:

- ✓ хід виконання завдань описаний грамотно, з достатньою повнотою;
- ✓ мова, якою коментовано хід виконання роботи, ясна і зрозуміла;
- ✓ студент має системні, дієві знання і застосовує методи системного аналізу при постановці задачі, визначенні алгоритму розв'язку, прийнятті рішення;
- ✓ всі завдання виконані вірно;

- ✓ повне виконання завдань передбачає вміння використовувати математичні методи і моделі в інженерній практиці;
- ✓ продемонстровано вільне використання ЕОМ в розрахунках.

Можливі окремі помилки, які не впливають на виконання завдань, на їх кінцевий результат і не вказують на незнання студентом обчислювальних методів обробки інформації.

Індивідуальне завдання (курсова робота) оцінюється на «**добре**», якщо з названих вище критеріїв оцінок (на «**відмінно**»):

- ✓ хід виконання завдань логічний, обґрунтований, але прокоментовано неповно або з деякими неточностями;
- ✓ завдання виконано з окремими помилками;
- ✓ результати завдання отримані не в повному обсязі;

Індивідуальне завдання (курсова робота) оцінюється на «**задовільно**», якщо з вище названих критеріїв (на «**відмінно**» та «**добре**»):

- ✓ хід виконання завдань не прокоментовано;
- ✓ при виконанні завдання студент показав знання і розуміння основних положень навчального матеріалу;
- ✓ завдання виконано зі значними помилками та неточностями;
- ✓ результати завдання отримані при розв'язуванні задач за зразком.

Індивідуальне завдання (курсова робота) оцінюється на «**незадовільно**», якщо не виконуються умови які закладені в критеріях оцінки на «**відмінно**», «**добре**», «**задовільно**»:

- ✓ студент фрагментарно відтворює незначну частину навчального матеріалу;
- ✓ виявляє здатність елементарно викласти думку;
- ✓ має нечіткі уявлення про об'єкт завдання.

**Примітка:** оцінка за індивідуальне завдання (курсову роботу) може бути підвищена, якщо при виконанні завдання студент вийшов за критерії даної оцінки по якійсь з умов в сторону покращення.

## Зміст

<b>Розділ 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ .....</b>	<b>2</b>
<b>Розділ 2. ПРИКЛАДИ ТЕМ ТА ЗАВДАНЬ.....</b>	<b>6</b>
<b>Розділ 3. ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ ДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ.....</b>	<b>18</b>
<b>Розділ 4. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ.....</b>	<b>18</b>
<b>Розділ 5. КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НА ЕОМ» .....</b>	<b>19</b>